



## రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ

తెలంగాణ, హైదరాబాదు

విద్యా సంవత్సరము 2020-21

### స్థాయి - 2

తరగతి: X

మాధ్యమము: తెలుగు

విషయము: గణితము

అధ్యాయము: 1. వాస్తవ సంఖ్యలు

అంశము/ భావన : సంవర్గమానాలు

కృత్య పత్రము సంఖ్య : 6

అభ్యసన ఫలితములు : విద్యార్థులు

1. ఘాతాంక రూపము నుండి సంవర్గమాన రూపానికి, సంవర్గమాన రూపం నుండి ఘాతాంక రూపానికి మారుస్తారు.
2. సంవర్గమాన ధర్మాలు ఉపయోగించి సమస్యలు సాధిస్తారు.

భావనల అవగాహన/మాదిరి సమస్య/ఉదాహరణ/కృత్యము

మీకు ఘాతాంకాల గూర్చి బాగా తెలుసును..  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  ని మనము  $3^4$  గా రాస్తాము. దీనిలో 3 ని భూమి అని, 4 ను ఘాతాంకము అని అంటాము. దీనిని మనము " 81 అనేది 3 యొక్క 4 వ ఘాతము" అని చదువుతాము. మీరు ఘాతాంక న్యాయాలు గుర్తు చేసుకోవాలనుకొంటున్నారా?

విద్యార్థులకు సూచనలు: 1. పాఠ్యపుస్తకములోని 1వ అధ్యాయము నుండి 17, 18వ పేజీలను చదవడం ద్వారా ఘాతాంక న్యాయాలు గుర్తు చేసుకోవచ్చును.

మనకు  $3^x = 81$  అని ఇచ్చి,  $x$  విలువ కనుగొనమన్నారు అనుకోండి మనము దీనిని ఎలా చేస్తాము? దీనిని సాధించడానికి మనము ఇలా రాస్తాము.

$3^x = 81 = 3^4$  కావున  $x = 4$  అని చెప్పవచ్చును. (భూములు సమానమైన ఘాతాంకాలు సమానాలు)

కానీ మనకు  $3^x = 16$  ఇచ్చారనుకోండి, మనము  $x$  విలువను కనుగొనగలమా? మరి ఇటువంటి సందర్భాలలో ఏమి చేయాలి? 3 ను ఏ ఘాతాంకానికి పెంచితే మనకు 16 వస్తుంది? కావున మనము  $x$  మరియు 16 ల మధ్య ఒక సంబంధాన్ని ఏర్పరచాలి/ ఈ సందర్భంలో మనము సంవర్గమానము అనే ఒక కొత్త సంబంధాన్ని పరిచయం చేస్తాము.

$3^x$  కు రేఖా చిత్రము గీస్తాము మరియు ఈ రేఖాచిత్రమునుండి  $3^x = 16$  అయ్యేటట్లున్న  $x$  విలువను గుర్తిస్తాము. కానీ ఈ రేఖా చిత్రాన్ని గీయడం ఎలా?

గీసిన రేఖా చిత్రమునుండి  $x$  విలువను గుర్తించడము ఎలా?

**విద్యార్థులకు సూచనలు :**

1. పాఠ్యపుస్తకములోని 1వ అధ్యాయము నుండి 18, 19 పేజీలను చదవడం ద్వారా రేఖా చిత్రాన్ని గీయడం, గీసిన రేఖా చిత్రము నుండి  $x$  విలువను గుర్తించడము తెలుసుకొంటారు.

కానీ సంవర్గమానము ఆంటే ఏమిటి? ఘాతాంక రూపమునుండి సంవర్గమాన రూపానికి, సంవర్గమాన రూపంనుండి ఘాతాంక రూపానికి ఎలా మారుస్తారు?

ఘాతాంక రూపములో "2 ను 3 సార్లు గుణించిన ఫలితము ఏమి వస్తుంది?" అనే ప్రశ్నకు సమాధానము దొరుకుతుంది.

**సంవర్గమాన రూపంలో "2 ను ఎన్ని సార్లు గుణించిన 8 వస్తుంది ?" అనే ప్రశ్నకు సమాధానము దొరుకుతుంది.**

$$2^3 = 8 \quad \Leftrightarrow \quad \log_2 8 = 3$$

ఘాత రూపము  సంవర్గమాన రూపము

$$a^x = N \quad \Leftrightarrow \quad \log_a N = x$$

$a$  మరియు  $N$  లు ధన వాస్తవ సంఖ్యలు మరియు  $a \neq 1$

మనము  $\log_2 8 = 3$  ను భూమి 2 అయినపుడు సంవర్గమానము 8 విలువ 3 అని చదువుతాము.

8 రావాలంటే మనము ఎన్ని 2 లను గుణించాలి? దీనికి సమాధానాన్ని సంవర్గమానాలు ఇస్తాయి. కావున సంవర్గమానము విలువ 3.

సాధారణంగా సంవర్గమానాలు “ఒక సంఖ్యను మనము ఎన్ని సార్లు గుణిస్తే వేరొక సంఖ్య వస్తుంది?” అనే ప్రశ్నకు సమాధానము ఇస్తుంది

$\log_5 625$  అనగా ఎన్ని 5 లు గుణిస్తే 625 వస్తుంది అని అర్థము

కావున అది 4 కు సమానము . ఇప్పుడు మీరు ఘాతాంక రూపమునుండి సంవర్గమాన రూపానికి, సంవర్గమాన రూపమునుండి ఘాతాంక రూపానికి ఎలా మార్పాలో విశదంగా తెలుసుకోవాలనుకొంటున్నారా?

---

**విద్యార్థులకు సూచనలు :**

1. పాఠ్యపుస్తకములోని 1 వ అధ్యాయము నుండి 20, 21 పేజీలను చదవడం ద్వారా ఘాతాంక రూపమునుండి సంవర్గమాన రూపానికి, సంవర్గమాన రూపమునుండి ఘాతాంక రూపానికి ఎలా మార్పాలో తెలుసుకొంటారు

---

**సంవర్గమాన న్యాయాలు :** సంవర్గమాన న్యాయాలు ఆంటే ఏమిటి?

1. **లబ్ధ న్యాయము:** సంఖ్యల లబ్ధము యొక్క సంవర్గమానము, ఆ సంఖ్యల విడి విడి సంవర్గమానముల మొత్తానికి సమానము  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

2. **భాగఫల న్యాయము:** సంఖ్యల భాగఫలము యొక్క సంవర్గమానము వాటి విడి విడి సంవర్గమానముల భేదానికి సమానము (అదే క్రమంలో )

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

3. ఘాతాంకము కలిగిన సంఖ్య సంవర్గమానము, ఘాతాంకము మరియు ఆ సంఖ్య సంవర్గమానముల లబ్ధానికి సమానము

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

ఈ న్యాయాలను నేర్చుకొన్నారు కదా మరి వీటిని ఎలా నిరూపించాలో నేర్చుకొందాము

అలాగే వీటిని సమస్యల సాధనలో ఎలా ఉపయోగించాలో చూద్దాము?

**విద్యార్థులకు సూచనలు :**

1. పాఠ్యపుస్తకములోని 1 వ అధ్యాయము నుండి 21, 22 మరియు 23 పేజీలను చదవడం ద్వారా సంవర్గమాన న్యాయాలను, వీటిని సమస్యల సాధనలో ఉపయోగించే విధానాన్ని తెలుసుకొందాము.

### మాదిరి ఉదాహరణలు

1.  $\log_5 125$  విలువను కనుగొనండి.

సాధన :  $\log_5 125 = x$  (let)

$$5^x = 125 = 5^3$$

$$x = 3 \text{ (భూములు సమానమైన ఘాతాంకాలు సమానము)}$$

2.  $\log_{\sqrt{2}} 256$  విలువను కనుగొనండి.

సాధన:  $\log_{\sqrt{2}} 256 = y$  (అనుకొనుము)

$$\sqrt{2}^y = 256 = 2^8$$

$$2^{\frac{y}{2}} = 2^8 \text{ (భూములు సమానమైన ఘాతాంకాలు సమానము)}$$

$$\frac{y}{2} = 8 \Rightarrow y = 16$$

3.  $\log_2 16 = 4$  ను ఘాతాంక రూపంలోనికి మార్చండి.

సాధన :  $2^4 = 16$

4.  $3^x = 9$  ను సంవర్గమాన రూపంలోనికి మార్చండి.

సాధన :  $\log_3 9 = x$

5.  $\log 48$  ని విస్తరించి రాయండి.

సాధన :  $\log 2^4 \times 3$

$$= \log 2^4 + \log 3$$

$$= 4 \log 2 + \log 3$$

5.  $3 \log 2 + 2 \log 3 - 2 \log 7$  ను ఒకే సంవర్గమానంగా రాయండి.

సాధన :  $\log 2^3 + \log 3^2 - \log 7^2$

$$= \log 2^3 \times 3^2 - \log 7^2$$

$$= \log \frac{2^3 \times 3^2}{7^2} = \log \frac{8 \times 9}{49} = \log \frac{72}{49}$$

6.  $x^2 + y^2 = 7xy$  అయిన  $2 \log(x + y) = \log x + \log y + 2 \log 3$  అని నిరూపించండి.

సాధన : *LHS*  $2 \log(x + y) = \log(x + y)^2$

$$= \log(x^2 + y^2 + 2xy)$$

$$= \log(7xy + 2xy) = \log 9xy$$

$$= \log 9 + \log x + \log y$$

$$= 2 \log 3 + \log x + \log y \quad \text{RHS}$$